**דו"ח מסכם בניסוי: תנועה הרמונית**

**חלק: א**

סמסטר ב' תשס"ב

שם הבודק : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

תאריך הבדיקה: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ציון הדו"ח: **I** \_\_\_\_

**II** \_\_\_\_

שם מדריך הניסוי (שם מלא): סהר שחף

תאריך ביצוע הניסוי: 6.11.15

תאריך הגשת הדו"ח: 17.11.15

**הדו"ח מוגש על ידי:**

אדם כהן 309901205

שם פרטי משפחה ת.ז.

הנדסת חשמל 0509-1834-03 D 5

מסלול הלימוד מס' קבוצת המעבדה תת קבוצה מספר עמדה

דו"ח מעבדה – תנועה הרמונית – מטוטלת פיזיקאלית

**מטרת הניסוי:**

1. אימות המודל התיאורטי של מטוטלת פיסיקאלית
2. חישוב רדיוס ההתמד של המטוטלת.

**רקע תיאורטי:**

**תנועה הרמונית פשוטה**

הינה תנועה הנובעת מכוח שהינו פרופורציונאלי להעתק הגוף. כוח זה נמצא ביחס ישר למרחק הגוף מנקודת שיווי המשקל. התנועה היא מחזורית, המתרחשת בזויות קטנות, סביב נקודת שיווי המשקל בה שקול הכוחות על הגוף הינו אפס .

**התנועה המחזורית** הינה תנועה הרמונית שבה יש זמן מחזור ( פרק זמן קבוע) בו הגוף מבצע תנועה בסיסית עליה הוא חוזר.

* – מהירות זוויתית, קצב השינוי בזווית בין האנך למטוטלת
* – זמן המחזור

**מטוטלת מתמטית**:

מטוטלת מתמטית היא מערכת פיסיקלית המבצעת בקירוב תנועה הרמונית פשוטה. לדוגמא: מסה התלויה על חוט, לא אלסטי בעל משקל זניח, הכוח היחיד הפועל על המערכת הינו כוח הכובד (השאר זניחים). תנועות קטנות של מסה זו סביב נקודת שיווי המשקל יהיו בקירוב תנועה הרמונית.

נקודת התלייה

**איור 1 –** מטוטלת מתמטית

x

L

m

* - מסת הגוף
* −l אורך החוט
* - הזוית הנפתחת בין המטוטלת לאנך
* − הכוח שנוצר מכבידת כדור הארץ
* – המרחק האנכי מהאנך

1. בזויות קטנות
3. מהחוק השני של ניוטון ושיקולי טריגונומטריה:
4. מפתרון נוסחה 4 נקבל כי

**מטוטלת פיזיקאלית**:

במטוטלת פיזיקאלית לא מדובר במסה שתלוי על חוט בעל משקל זניח, שכן לכל המערכת יש מסה שמשפיעה על תנועתה. ההבדל המשמעותי בין מטוטלת פיזיקאלית למטוטלת ממתמטית היא שזמן המחזור של תנודות המטוטלת הפיזיקאלית תלוי במרחק שבין מרכז המסה שלו. ככל שנרחיק את נקודת התליה מנקודת מרכז המסה, כן ילך ויקטן זמן המחזור של התנודה. מצד שני, אם נתלה את הגוף במרחק גדול מאד מנקודת מרכז המסה שלו, נוכל להסתכל עליו כגוף נקודתי, ולכן תנועתו תהיה דומה לתנועת מטוטלת מתמטית. אם כן, ישנו מרחק מסוים בין נקודת התלייה ומרכז המסה הנותן זמן מחזור מינימלי. מרחק זה ידוע בשם רדיוס ההתמד של הגוף אותו נחפש בניסוי.

נקודת התלייה

מרכז המסה

**איור 2 –** מטוטלת פיזיקאלית

mg

mgsin(



-מסת כל אחד

–מרחק כל מסה מנקודת חישוב מרכז המסה

1. נוסחה לחישוב מרכז המסה:
2. מומנט ההתמד של גוף, מדד יכולתו של גוף למנוע שינוי במהירותו הזוויתית.
3. עבור המערכת שלנו נוסחת חישוב מומנט ההתמד הינו:

-מסות חלקי המערכת

–אורך המוט

–רדיוס המשקולת

–המרחק בין מרכז המסה של המוט למרכז המסה של המערכת

–המרחק בין מרכז המסה של המוט למרכז המסה של המערכת

1. התנע הזוויתי של המטוטלת:

J- תנע זויתי

P – תנע (mv=p המסה כפול המהירות שווה לתנע)

I - מומנט התמד

1. מומנט טורק N שהמטוטלת מפעילה:

r - וקטור מנקודת התליה למרכז המסה

בעזרת הקשר שנגזרת התנע הזוויתי נותנת את מומנט טורק נקבל :

(11)

קיבלנו משוואת תנועה שמראה כי מדובר בתנועה הרמונית ונזהה את המהירות הזוויתית:

(12)

מחיבור נוסחה 12 עם נוסחה 1, נקבל:

(13)

נשתמש במשפט שטיינר לחישוב מומנט בנקודה מסוימת, בציר התליה במקרה שלנו, על ידי חישוב מומנט ההתמד במרכז המסה:

* – מומנט התמד בנקודה רצויה
* – מומנט התמד במרכז המסה
* –מסה כוללת
* l - המרחק הנקודה הרצויה ממרכז המסה

(14)

הצבת נוסחה 14 בנוסחה 13 תיתן לנו את הנוסחה הרצויה:

(15)

נשים לב שכש- גדול האיבר הראשון במשוואה דועך לאפס, ורק האיבר השני יתרום לזמן המחזור – כך שקיבלנו חזרה בדיוק את הביטוי לריבוע זמן המחזור של מטוטלת מתמטית.

סיבה נוספת לכך שנגיע לזמן מחזור של מטוטלת מתמטית:

* כל האיבר השמאלי במשוואה מתאפס ונשארנו עם מטוטלת מתמטית.

רדיוס ההתמד, k, מגדיר את המינימום של זמן המחזור T, ולפיכך גם את המינימום של .

על ידי גזירת והשוואתו לאפס נקבל:

(16)

**רשימת ציוד:**

1. מערכת מטוטלת פיסיקאלית הכוללת:
   1. מוט מתכת ארוך הכולל שני ברגים בקצה.
   2. משקולת מתכת גלילית (מוברגת על המוט), מקובע לאורך כל הניסוי.
   3. וו התלייה של המטוטלת, ניתן להזז לאורך הניסוי.
   4. מכשיר למציאת מרכז המסה
2. אמצעי מדידה
   1. מאזני שקילה, ברזולוציית 0.1gram
   2. סרגל , ברזולוציית 0.001cm
   3. קליבר, השתמשנו בו ברזולוציית 0.001cm
   4. מונה זמן דיגיטלי, ברזולוציית 0.001sec
   5. שער אופטי המחובר למונה הזמן.

**מהלך הניסוי:**

1. מדדנו את מסות כל חלקי הניסוי.
2. מציאת מרכז המסה לפי המיקומים השונים של וו המטוטלת, כאשר אנו ממקמים את ה-וו במקומות שונים מרכז המסה זז גם כן.
3. מדידות:
   1. הרכבנו את המשקולת במיקום קבוע על המוט.
   2. מיקמנו את וו המטוטלת במיקומים שונים לטובת המדידות השונות.
   3. מיקמנו את וו המטוטלת על השער האופטי כך שמתי שנתן למטוטלת תנודה קטנה, היא תחל לבצע תנועה הרמונית. השער האופטי מודד בעזרת לייזר את זמן המחזור.
   4. ביצענו 4 מדידות לזמן המחזור של המטוטלת (בגלל שגיאת המדידה היחסית גדולה של שעון העצר, ליותר מ-4 מדידות יש שגיאה סטטיסטית שולית. את החישוב עשיתי בעזרת הנוסחאות הלקוחות מהחוברת הסטטיסטית 3.9 ו – 3.10).

**תיאור מערכת הניסוי:**

מוט המטוטלת

וו מטוטלת- בכל מדידה במרחק אחר מקצה הסרגל, אשר משנה את מרכז המסה

משקולת מקובעת במקומה

איור 3 – תיאור מוט המטוטלת

בשער האופטי יש לייזר שמודד את זמן המחזור

וו המטוטלת יושב על השער האופטי איור 3 – תיאור מוט המטוטלת

שעון עצר

קו המתאר את נקודת שיווי המשקל

איור 4 – תיאור ממשק החיבור של המטוטלת עם השער האופטי

**תכנון עיבוד הנתונים:**

1. חישוב מרכז המסה:
   1. למציאת מרכז המסה נשתמש בנוסחאות 17,18.
   2. שגיאות מדידה ל-l
      1. שגיאת מדידת קצה הסרגל לציר-
         1. שגיאות מכשירי המדידה יעשו לפי נוסחה 3.2 (שגיאת תקן בהתפלגות אחידה) בחוברת סטטיסטיקה, כל מכשיר לפי הרזולוציה שלו. סכימ0508348154תם תעשה לפי הנוסחה הבאה:

(19)

1. לחישוב שגיאת מרכז המסה:
   * 1. רזולוציית המדידה של מרכז המסה שנלקחה הינה 0.2cm אותה נחשב גם כן לפי נוסחה 3.2 בחוברת הסטטיסטיקה.
2. בנוגע ל נבצע חיבור של תרומות בלתי תלויות נוסחה 4.17 בחוברת סטטיסטיקה
3. נחבר את ו- בעזרת נוסחה 19.
4. מדידות זמני מחזור
   1. עבור מדידות זמן המחזור נחשב לפי הנוסחה הבאה:

(20)

* 1. את השגיאה הסטטיסטית, ,של זמני המחזור נחשב עבור 4 המדידות לפי נוסחאות 3.9 ו3.10 מהחוברת הסטטיסטית.
  2. את השגיאה הכוללת בזמני המחזור נשתמש בנוסחה הבאה:

(21)

* 1. עבור השגיאה של נוסחה 15, שגיאת , נחשב בעזרת הנוסחה לנגזרות חלקיות מחוברת הסטטיסטיקה:

(22)

1. שגיאת המרחק מה-וו למרכז המסה תעשה על ידי חיבור כל השגיאות על ידי נוסחה 19. ולבסוף חיבורם עם שגיאת מרכז המסה.
   1. עבור מדידות של הסרגל נקבל שגיאות תקן בשני צדדי הסרגל, לפי רזולוציית הסרגל.

(23)

1. קיבלנו משוואה המתארת את הזמן מחזור בריבוע כפונקציה של המרחק נקודת תלייה המטוטלת ממרכז המסה (נוסחה 15):

נכניס למטלב את הנוסחה הבאה:

(24)

כאשר, , = .

בנוסף, תיאורטית והמסה הכוללת, , הינה סכום המסות שנמדדו ומומנט ההתמד , , יחושב לפי נוסחה 8.

* תוצאות המדידות כפי שמופיעות בקובץ אקסל מופיעות בנספחים, נספח 4.

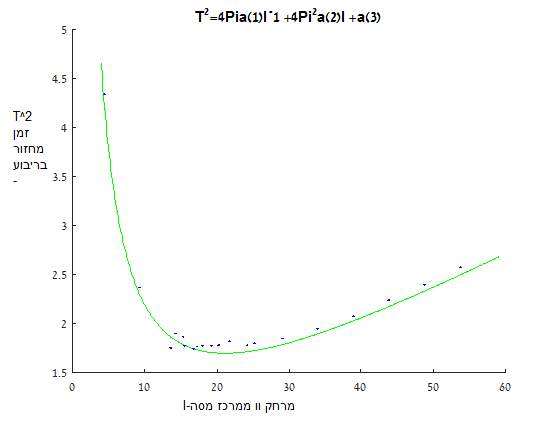
**ניתוח הנתונים:**

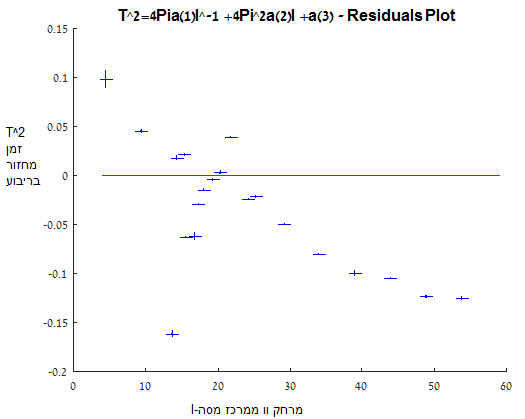
1. הגרף הראשון שהתבקשנו לתאר הינו גרף איכותי (ללא שגיאות) של ריבוע זמן המחזור כפונקציה של מרחק נקודת התליה מקצה המטוטלת. כאשר במקרה זה מתאר את המרחק נקודת התליה מקצה המטוטלת.

איור 4 - גרף איכותי של ריבוע זמן המחזור כפונקציה של מרחק נקודת התליה מקצה המטוטלת.

* ניתן להבחין בכמה דברים מעניינים:
  + ניתן להבחין בנקודת מינימום בין ה40-60, היות והגרף איכותי נותן תחושה לאזור של רדיוס ההתמד.
  + בין 60-80 עם התקרבות למרכז המסה חסרות מדידות, משום שתקרבנו מאוד לנקודת מרכז המסה והתקשינו לבצע את מהמדידות.
  + את המדידות שאנו רואים בסביבות ה80 ניתן ליחס למדידות שנעשו בצד השני של המשקולות, שהינם יחסיות למדידות מצד השני של המטוטלת במרחק שווה לנקודת מרכז המסה.

**תוצאות:**



איור 5 – גרף התאמה עבור זמן המחזור בריבוע כפונקציה של מרחק ה-וו ממרכז המסה. 

איור 6: גרף שארים.

מההתאמה מתקבלים הערכים הבאים:

1. a(1)- 0.4531673 ± 0.003174092 -> 0.4737 ± 0.0032
2. a(2)- 0.001115797 ± 1.044582e-05 -> 0.00112 ± 0.000010
3. a3 = 0 ± 9.313226e-10->= 0 ± 9.3
4. P\_value=0

בגרף, איור 5, ישנם 20 מדידות כאשר ה-13 הראשונות נעשו בקפיצות שוות משני צדי המשקולת ואילו נעשו 7 מדידות נוספות סביב האזור החשוד לרדיוס ההתמד.

נעשתה מדידה ללא נקודה חריגה , נקודה 4 באקסל, ניתן לראותה בקלות בגרף שארים (איור 6). *הנתונים היבשים מחזקים זאת על ידי הסתכלות על כאשר מעל 5% השגיאה נחשבת חריגה.*

*טיב התאמה:*

*אינו מאוד גבוהה אך מראה על התאמה סבירה.*

*יצא אפס, איננו בטווח הרצוי.*

השכלול של נתוני התאמה מראה שהגרף והמדידות אכן מתאימות לצפי התיאורטי אך לא במידה מספקת. יתכן כי הייתה בעיה פיזיקאלית במדידות או בהערכת השגיאות.

|  |  |
| --- | --- |
| חילוץ ערכים: | ערכים תיאורטיים: |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

טבלה 1- g- תאוצת כבידת כדור הארץ, - מומנט ההתמד של המטוטלת, רדיוס ההתמד.

ניתן לראות התאמה יחסית הערכים שהוצאו מהדף אל מול המדידות התיאורטיות- מחזק את טיב ההתאמה. שינינו את מיקום הוו וראינו את זמני המחזור השונים במטרה למצוא את רדיוס ההתמד. מבחינת התאמה הגענו להתאמה טובה אך ניקר כי ישנם אי דיוקים בביצוע המדידות או בחישוב השגיאות. מבחינת הגרף ואיור 5,ניתן לראות שמגמת המדידות אינה קונסיסטנטית וגם מגרף השארים שיש מספר רק של נקודות אקראיות. מזה ניתן להבין כחלק מהחוסר התאמה נובע ממערכת הניסוי או ביצוע המדידות.

**דיון:**

בניסוי אימתנו את המודל התיאורטי של מטוטלת פיזיקאלית ובפרט את רדיוס ההתמד.

הערכת גורמי השגיאה-

מבחינת ההתאמה ניתן להבין שיש בעיה בניסוי אך קשה לשים להבין מה היחס בין ביצוע הניסוי לחישוב השגיאות.

מערכת הניסוי-

כנראה שמערכת הניסוי אינה מספיק מדויקת.

לשיפור תוצאות הניסוי:

* שיפור דיוק מרכז המסה – שימוש בנפחים ומשקלים שמקלים יותר על חישוב מרכז המסה (מקטינים את רזולוציית המדידה). אפילו מוט חכם שמסמן על מרכז המסה עליו עם נורה.
* מבחינת מדידות- גררנו המון שגיאות לאורך הדרך משום שלגדלים רבים הגענו בעזרת חישובי

לסיכום, הגדלים התיאורטים תואמים לגדלים שהתקבלו בניסוי במידה טובה. ניקר שישנם אי דיוקים במערכת\בביצוע הניסוי ובנוסף טעויות שגיאה. בכל זאת הגענו להתאמה שמחזקת את התיאוריה של המטוטלת המפיזיקאלית

**נספחים:**

נספח 1:המדידות שנמדדו בניסוי והמדידות המעובדות

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| L | l-Ycm | l->Ycm | dl | T1 | T2 | T3 | T4 | T- AVRAGE[sec] |
| 10 | 63.8 | 53.8 | 0.9 | 1.6045 | 1.6045 | 1.6055 | 1.6065 | 1.60525 |
| 15 | 63.8625 | 48.8625 | 0.9 | 1.5475 | 1.5475 | 1.5475 | 1.5476 | 1.547525 |
| 20 | 63.925 | 43.925 | 0.9 | 1.4955 | 1.4955 | 1.4955 | 1.4965 | 1.49575 |
| 25 | 63.9875 | 38.9875 | 0.9 | 1.4405 | 1.4385 | 1.4425 | 1.4425 | 1.441 |
| 30 | 64.05 | 34.05 | 0.9 | 1.3945 | 1.39455 | 1.39465 | 1.3945 | 1.39455 |
| 35 | 64.1125 | 29.1125 | 0.9 | 1.3585 | 1.3595 | 1.3585 | 1.3595 | 1.359 |
| 40 | 64.175 | 24.175 | 0.9 | 1.3345 | 1.3345 | 1.3345 | 1.3345 | 1.3345 |
| 45 | 64.2375 | 19.2375 | 0.9 | 1.3315 | 1.3305 | 1.3325 | 1.3315 | 1.3315 |
| 50 | 64.3 | 14.3 | 0.9 | 1.3755 | 1.3795 | 1.3785 | 1.3785 | 1.378 |
| 55 | 64.3625 | 9.3625 | 0.9 | 1.5375 | 1.5405 | 1.5395 | 1.5385 | 1.539 |
| 60 | 64.425 | 4.425 | 0.9 | 2.0765 | 2.0865 | 2.0845 | 2.0815 | 2.08225 |
| 80 | 64.675 | 15.325 | 0.9 | 1.3655 | 1.3645 | 1.3645 | 1.3665 | 1.36525 |
| 85 | 64.7375 | 20.2625 | 0.9 | 1.3355 | 1.3325 | 1.3325 | 1.3335 | 1.3335 |
| 90 | 64.8 | 25.2 | 0.9 | 1.3415 | 1.3405 | 1.3415 | 1.3405 | 1.341 |
| 42.5 | 64.20625 | 21.70625 | 0.9 | 1.3495 | 1.3485 | 1.3485 | 1.3485 | 1.34875 |
| 47.5 | 64.26875 | 16.76875 | 0.9 | 1.3165 | 1.3235 | 1.3215 | 1.3205 | 1.3205 |
| 48.75 | 64.284375 | 15.534375 | 0.9 | 1.3315 | 1.3305 | 1.3325 | 1.3315 | 1.3315 |
| 46.25 | 64.253125 | 18.003125 | 0.9 | 1.3305 | 1.3305 | 1.3325 | 1.3305 | 1.331 |
| 47 | 64.2625 | 17.2625 | 0.9 | 1.3295 | 1.3295 | 1.3295 | 1.3295 | 1.3295 |
| 48 | 61.62 | 13.62 | 0.9 | 1.3205 | 1.3265 | 1.3245 | 1.3225 | 1.3235 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (T-AVRAGE)^2[sec^2] | Δt\_stat[sec] | Δt\_inst[sec] | Δt\_final[sec] |
| 2.576827563 | 0.000478714 | 0.00029 | 0.000559702 |
| 2.394833626 | 2.5E-05 | 0.00029 | 0.000291076 |
| 2.237268063 | 0.00025 | 0.00029 | 0.000382884 |
| 2.076481 | 0.000957427 | 0.00029 | 0.001000383 |
| 1.944769703 | 3.53553E-05 | 0.00029 | 0.000292147 |
| 1.846881 | 0.000288675 | 0.00029 | 0.000409186 |
| 1.78089025 | 0 | 0.00029 | 0.00029 |
| 1.77289225 | 0.000408248 | 0.00029 | 0.000500766 |
| 1.898884 | 0.000866025 | 0.00029 | 0.000913291 |
| 2.368521 | 0.000645497 | 0.00029 | 0.000707649 |
| 4.335765063 | 0.002174665 | 0.00029 | 0.002193916 |
| 1.863907563 | 0.000478714 | 0.00029 | 0.000559702 |
| 1.77822225 | 0.000707107 | 0.00029 | 0.000764264 |
| 1.798281 | 0.000288675 | 0.00029 | 0.000409186 |
| 1.819126563 | 0.00025 | 0.00029 | 0.000382884 |
| 1.74372025 | 0.00147196 | 0.00029 | 0.001500256 |
| 1.77289225 | 0.000408248 | 0.00029 | 0.000500766 |
| 1.771561 | 0.0005 | 0.00029 | 0.000578014 |
| 1.76757025 | 0 | 0.00029 | 0.00029 |

כאשר L מרחק ה-וו מקצה המוט, l-Ycm מרחק מרכז המסה מקצה המוט, l->Ycm מרחק ה-וו ממרכז המסה, dl שגיאת המדידה המשוכללת, t1-t4 ארבעת המדידות, T-AVRAGE ממוצע המדידות והשאר כפי שמתואר בחישוב השגיאות, המופיע בדו"ח.